

## MINIMIZAÇÃO DE CUSTO DO TRANSPORTE DE ÁLCOOL (1)

Nelly S. de Figueiredo (2)

José F. Graciano da Silva (2)

Evaristo M. Neves

O objetivo deste estudo é o de racionalizar a distribuição de álcool anidro para a safra 1973/74 de 27 usinas do Estado de São Paulo para minimizar os custos de transporte das usinas produtoras para os centros de mistura carburante, bem como mostrar mais uma das aplicações da técnica de programação linear num problema de suma importância que é a minimização de custo de transporte. Utilizaram-se informações fornecidas pela Copersucar referentes ao custo de frete por 1.000 litros de álcool/km de cada uma das 27 usinas produtoras de álcool anidro, às distâncias dessas aos oito centros de mistura carburante, às capacidades desses centros e à produção estimada das usinas para a safra 1973/74. Em seus resultados são apresentadas as quantidades ótimas a serem transportadas das usinas às misturadoras, o aumento no custo total por unidade transportada em Cr\$/1000 litros em rotas alternativas e as rotas onde se deve concentrar atenção no sentido de reduzir os custos de transporte.

### 1 — INTRODUÇÃO

#### 1.1 — O Problema

Dentro dos estudos econômicos aplicados ao zoneamento agrícola (21) há uma preocupação do governo do Estado de São Paulo de orientar racionalmente os investimentos governamentais em infra-es-

trutura (rede viária e energética) e em serviços de apoio à comercialização dos produtos agrícolas (rede de armazéns e silos, equipamentos especiais de transporte), de forma a assegurar maior retorno social a essas inversões. Essa orientação propiciaria à iniciativa privada melhor localização de

(1) Os autores agradecem ao Dr. Reinaldo de Barros Alcântara, da Divisão Econômica da Copersucar, pela informação básica e sugestões apresentadas, e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo auxílio financeiro à pesquisa. Liberado para publicação em 6 de Maio de 1974.

(2) Estudantes pós-graduados em Ciências Sociais Rurais da Escola Superior de Agricultura «Luiz de Queiroz» — USP.

seus empreendimentos, visando não somente a produção e a distribuição de insumos mas também a comercialização e industrialização de produtos agropecuários com vistas a reduzir os custos operacionais e, conseqüentemente, aumentar a rentabilidade desses investimentos.

Entre as diversas medidas que visam reduzir os custos operacionais chamam a atenção aquelas voltadas para a análise dos custos relativos de transporte em função da perecibilidade de determinados produtos e distância dos centros consumidores, processadores ou produtores.

A solução de tais problemas, dentro do enfoque governamental, se faz presente quando interagindo com os esforços da iniciativa privada visem a solução de problemas que possam atender às políticas e ampliação de mercados.

Este estudo é uma tentativa de reduzir os custos de transporte numa atividade de grande interesse nacional, que é o álcool.

É sabido que a agro-indústria açucareira tem ocupado lugar de destaque na economia brasileira. O álcool, um dos produtos do setor, vem

sendo requerido de forma crescente no atendimento de centros de mistura carburante e da indústria química em expansão. Da produção de 540 milhões de litros de álcool prevista para a safra 1973/74 no Estado de São Paulo, 360 milhões de litros, ou seja, 67% dessa produção, são destinados aos 8 centros de mistura carburante do Estado, localizados nos municípios de São Paulo, Paulínia, Bauru, Araraquara, Ourinhos, Presidente Prudente, São José do Rio Preto e Ribeirão Preto.

Esses 360 milhões de litros representam, em termos de renda bruta do Estado (safra 1972/73), total de Cr\$ 191 milhões, segundo estimativa do Instituto do Açúcar e do Alcool (IAA). Além disso, o setor de produção de álcool proporciona 15.000 empregos diretos e 60.000 indiretos no Estado, segundo levantamentos da Cooperativa Central dos Produtores do Açúcar e Alcool do Estado de São Paulo (COPERSUCAR) na safra 1971/72 (4).

A iniciativa da instalação da indústria de álcool anidro partiu do IAA, visando manter em equilíbrio a oferta e a demanda de açúcar e de cana. Para tal, houve um incentivo na montagem de destilarias

nas usinas, ampliação e reformas das já existentes e também a instalação de destilarias do próprio IAA (19), garantindo uma demanda para o produto, uma vez que o governo, desde 1931, determinava, pelo decreto 19.177, de 20/02/1931, a obrigatoriedade da utilização do álcool de procedência nacional como mistura carburante, numa proporção mínima de 5% sobre o volume importado de gasolina. Outros decretos vieram complementar essa medida, sendo sempre reafirmada a adição de álcool anidro à gasolina, numa proporção de até 25%.

Além da renda bruta gerada, a produção e a utilização de álcool anidro para mistura carburante representam uma economia de divisas, uma vez que o Brasil importa 70% do petróleo consumido no país. O funcionamento do setor se constitui também em meio regulador da agro-indústria do açúcar, pois possibilita maior equilíbrio da renda do setor. Quando há excessos de cana e/ou açúcar, esta é destinada à fabricação de álcool e no caso de "deficit" para a produção de açúcar, a usina utiliza-se da cana plantada que seria destinada à fabricação de álcool direto. A fabricação de álcool ainda é uma for-

ma de aproveitamento industrial do melaço.

Devido ao aspecto de ser a produção de álcool dependente da de açúcar, há grande oscilação na fabricação e no volume de adição de álcool anidro à gasolina. No Estado de São Paulo, a adição se faz em proporções maiores do que a efetuada no Brasil como um todo, conforme se pode verificar no quadro 1, devendo-se salientar que poucos foram os anos em que a mistura foi realizada numa proporção próxima à ideal, de 15%.

Ultimamente (ou de maneira mais precisa, a partir de novembro de 1973), em face da crise mundial de abastecimento decorrente da guerra do Oriente Médio, o Governo Federal resolveu que a gasolina utilizada por São Paulo tivesse a porcentagem de álcool anidro aumentada de 4% para 15%, como primeira medida para reduzir o consumo de derivados de petróleo.

A importância da fabricação de álcool reflete-se ainda no número de destilarias instaladas no Estado. Segundo dados do IAA, para a safra de 1972/73, São Paulo contou com 88 usinas, 59 das quais fabricaram álcool anidro.

QUADRO 1. — Participação Percentual do Alcool Anidro na Gasolina, Estado de São Paulo e Brasil, 1964-71

Ano	São Paulo			Brasil		
	Consumo de gasolina tipo A (milhão de litros)	Alcool anidro entregue para mistura (milhão de litros)	Participação do álcool na mistura (%)	Consumo de gasolina tipo A (milhão de litros)	Alcool anidro entregue para mistura (milhão de litros)	Participação do álcool na mistura (%)
1964	2.242,7	45,1	2,0	5.997,3	69,2	1,1
1965	2.239,5	97,1	4,3	5.982,4	184,7	3,0
1966	2.461,8	273,7	11,1	6.573,7	365,9	5,5
1967	2.688,6	363,4	13,5	7.144,9	437,2	6,2
1968	3.015,2	154,1	5,1	8.052,2	191,3	2,3
1969	3.227,9	15,1	0,4	8.492,4	31,8	0,3
1970	3.545,5	166,1	4,6	9.340,4	183,6	1,9
1971	3.896,0	242,9	16,2	10.075,0	255,0 <sup>(1)</sup>	2,5 <sup>(1)</sup>

<sup>(1)</sup> Estimado.

Fonte: IAA (Instituto do Açúcar e do Alcool).

## 1.2 — Objetivos

O objetivo do presente estudo é organizar o sistema de distribuição de álcool anidro que será aplicado pela COPERSUCAR na safra 1973/74, através da programação linear que possibilite:

- a) racionalizar a distribuição de álcool anidro de 27 usinas do Estado de São Paulo; e
- b) minimizar os custos de transporte das usinas produtoras para os centros de mistura carburante.

Como objetivo secundário, visa mostrar mais uma das aplicações da técnica de programação linear num problema de suma importância, que é a minimização de custo de transporte.

## 2 — MATERIAL E MÉTODO

### 2.1 — Informação Básica

Os dados utilizados referem-se ao custo do frete por 1.000 litros de álcool/km de cada uma das 27 usinas produtoras de álcool anidro, às distâncias dessas aos 8 centros de mistura carburante do Estado de São Paulo, às capacidades desses centros e à produção estimada das usinas para a safra 1973/74.

Com respeito aos fretes, a COPERSUCAR efetuou levantamentos junto às firmas regionais especializadas em transporte de álcool, sendo elas selecionadas por meio de cotações. Essas firmas se utilizam de caminhões-tanques e, em algumas rotas, é possível conciliar o transporte de álcool como operação de retorno do transporte de gasolina.

Os dados de que se dispõe referem-se a aproximadamente 50% do álcool anidro transportado para os centros misturadores, produzidos em 27 usinas do Estado, filiadas à COPERSUCAR, numeradas de 1 a 27. A aplicação do Modelo Transporte de Programação Linear a esses dados permite estabelecer rotas de abastecimento dos centros de mistura carburante que minimizem os custos de transporte. Caso as despesas do frete corressem por conta das usinas tomadas individualmente, seria mais interessante, do ponto de vista de cada firma, que elas abastecessem os centros misturadores segundo o critério de proximidade (considerando-se que o preço para o álcool entregue nos diferentes centros é o mesmo). Como tal não ocorre, isto é, os custos de transporte correm por conta de um órgão central responsável pelo abastecimen-

to dos centros misturadores em conjunto, métodos mais refinados, como a programação linear, possibilitam a racionalização no transporte global do produto.

O processamento eletrônico da informação básica foi efetuado no Centro de Processamento de Dados da IBM, utilizando-se para tal o programa "LP MOSS".

## 2.2 — Instrumental Analítico

Utilizou-se o modelo de minimização dos custos de transporte.

Por se tratar de um dos trabalhos pioneiros nesse campo no Brasil, dar-se-á nesta seção ênfase especial à apresentação e revisão bibliográfica do modelo.

HEADY e HALL (13) comentam que o interesse de estudiosos por vantagens comparativas, problemas de transporte, competição interregional, deslocamentos de excessos de produção de um local para regiões deficitárias e outros aspectos espaciais da agricultura industrial vem de há muito tempo, mas que deficiências de informações e a capacidade limitada de determinados computadores impediram uma maior frequência de estudos nesses tipos de análise.

O problema do transporte, enfoque deste estudo, foi formulado originalmente por Hitchcock e constitui um caso especial de programação linear. DORFMAN et alii (6) lembram que esse modelo tem hoje numerosas aplicações econômicas e comerciais, que nada tem a ver com o transporte; mesmo assim segue-se empregando a sua designação primitiva.

Inicialmente preocupava-se em minimizar o custo de transporte de diferentes origens para vários destinos. Sofrendo no tempo várias modificações e aperfeiçoamentos, hoje inclui, além das relações no espaço, tempo e forma, informações suplementares ao custo de transporte, tais como vantagens comparativas, custos de produção, diferenças de preços pagos pelos consumidores e os recebidos pelos produtores, etc.

Casos típicos de transporte, aos quais pode ser aplicada a programação linear, resumem-se às situações em que: a) existem diferentes fontes e diferentes destinos para o produto; e b) existe um órgão central responsável pelo transporte do produto, interessado na minimização dos custos e/ou maximização das quantidades transportadas.

O modelo foi estudado profundamente por alguns autores como HEADY e CANDLER (11), DANTZIG (5), HADLEY (10) e SIMONNARD (22). Alguns artigos e ensaios técnicos se preocuparam em difundir a técnica e estudar algumas extensões do modelo, casos específicos de POLOPOLUS (20), HURT e TREMEL (14), TAKAYAMA e JUDGE (29), SNODGRASS e FRENCH (25), KING e HENRY (15).

A guisa de orientação para futuros trabalhos, como aplicações práticas — uns conduzindo o modelo para custos mínimos de transporte, outros na determinação do tamanho e número ideal de plantas agro-industriais ou ainda especificando a ótima alocação e distribuição de produtos — citem-se os estudos desenvolvidos por SNODGRASS (24), SNYDER e FRENCH (26), OLSON (18), COBIA e BABB (3), WEST e BLANDOW (30), BOBST e WAANAMEN (2) para leite; KING e LOGAN (16) para carne; STOLLSTEIMER (28) para pera; STEMBERG (27) para ovos; e FOX (7) para a indústria de rações.

No Brasil essa área de pesquisa tem sido muito pouco explorada, restringindo-se às iniciativas a nível de empre-

sa, como o estudo da COPERSUCAR (4) ou de alguns órgãos de pesquisa, como o estudo que está sendo desenvolvido pelo Instituto de Economia Agrícola e o Departamento de Ciências Sociais Aplicadas da ESALQ para a laranja (1).

### 2.3 — Apresentação Matemática

A apresentação matemática do modelo de minimização dos custos de transporte aqui relatada pode ser encontrada também em LANGE (17), FRAZER (8), GASS (9) e SMITH e JOHNSON (23).

Considere-se a existência de  $m$  origens e  $n$  destinos em relação aos quais se conhecem, respectivamente, as disponibilidades  $s_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) e as necessidades  $p_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) para determinado produto homogêneo. Como é evidente, ao se pretender transportar as quantidades disponíveis nas origens para satisfazer às necessidades nos destinos, os sistemas de caminhos de utilização possível são  $m \times n$ . Conhecidos os  $m \times n$  custos unitários de transporte entre a origem  $i$  e o destino  $j$ , dados por  $c_{ij}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ;  $j = 1, 2, \dots, n$ ), o problema linear de transporte consiste em determinar o sistema de caminhos que torna mínimo o custo total de transporte.

Se se designar por  $x_{ij}$  a quantidade transportada da origem  $i$  para o destino  $j$ , a formulação matemática desse modelo de programação linear pode ser feita como se segue: determinar o valor das variáveis  $x_{ij}$  que,

tornam mínima a função objetivo

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (1.5)$$

Para se obter esse mínimo deve-se selecionar os valores de  $x_{ij}$  que satisfaçam 4 diferentes restrições. A primeira é que a soma das quantidades  $x_{ij}$  a serem transportadas a partir da origem  $O_i$  não pode exceder à oferta ( $S_i$ ) do mesmo.

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq S_i \quad (1.1)$$

onde  $S_i$  é a oferta do produto na região  $i$ .

A segunda condição é que a soma das quantidades  $x_{ij}$  a serem transportadas para o destino  $D_j$ , não pode ser menor que a procura nessa região:

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \geq P_j \quad (1.2)$$

onde  $P_j$  é a procura do produto na região  $j$ .

A terceira condição diz que

a procura total ( $\sum_{j=1}^n P_j$ ) do

produto deve ser igual à sua oferta total ( $\sum_{i=1}^m S_i$ )

$$\sum_{j=1}^n P_j = \sum_{i=1}^m S_i \quad (1.3)$$

Essa terceira condição, na verdade, é considerada para fins de simplificação, uma vez que elimina o valor das desigualdades nas equações (1.1) e (1.2). A formulação do "modelo dos transportes" pode ser facilmente adaptada para casos nos quais exista excesso de oferta

$$\left( \sum_{i=1}^m S_i > \sum_{j=1}^n P_j \right).$$

A quarta e última condição diz que os valores de  $x_{ij}$  não podem ser negativos.

$$x_{ij} \geq 0 \quad (1.4)$$

Valores nulos de  $x_{ij}$  indicam que a rota  $i-j$  não está sendo utilizada no plano. Essa última restrição quase sempre já está prevista nos programas existentes para cál-



culo por computadores eletrônicos.

Para melhor compreensão na montagem das equações anteriormente consideradas apresenta-se a matriz de transpor-

te seguinte. Nota-se que os coeficientes de todas as equações, (1.1) e (1.2) são unitários. Os únicos coeficientes diferentes de 1 são os da equação objetivo (1.5), que são os custos de transporte  $C_{ij}$ .

Destino Origem	$D_1$	$D_2$	$D_3$	.....	$D_j$	Oferta
$O_1$	$\frac{c_{11}}{X_{11}}$	$\frac{c_{12}}{X_{12}}$	$\frac{c_{13}}{X_{13}}$	.....	$\frac{c_{1j}}{X_{1j}}$	$S_1$
$O_2$	$\frac{c_{21}}{X_{21}}$	$\frac{c_{22}}{X_{22}}$	$\frac{c_{23}}{X_{23}}$	.....	$\frac{c_{2j}}{X_{2j}}$	$S_2$
$O_3$	$\frac{c_{31}}{X_{31}}$	$\frac{c_{32}}{X_{32}}$	$\frac{c_{33}}{X_{33}}$	.....	$\frac{c_{3j}}{X_{3j}}$	$S_3$
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$O_i$	$\frac{c_{i1}}{X_{i1}}$	$\frac{c_{i2}}{X_{i2}}$	$\frac{c_{i3}}{X_{i3}}$	.....	$\frac{c_{ij}}{X_{ij}}$	$S_i$
$\sum_{i=1}^m O_i$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	.....	$P_j$	$\sum_{i=1}^m S_i$
Procura						$\sum_{j=1}^m P_j$

Por exemplo, o sistema de equações (2.1) são as linhas da matriz

$$\begin{array}{r}
 S_1 = X_{11} + X_{12} + X_{13} + \dots + X_{1j} \\
 S_2 = X_{21} + X_{22} + X_{23} + \dots + X_{2j} \\
 \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
 \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
 \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
 \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
 S_i = X_{i1} + X_{i2} + X_{i3} + \dots + X_{ij}
 \end{array}$$

O sistema (2.2) são as colunas

$$\begin{array}{r}
 P_1 = X_{11} + X_{21} + X_{31} + \dots + X_{i1} \\
 P_2 = X_{12} + X_{22} + X_{32} + \dots + X_{i2} \\
 \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
 \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
 \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
 \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
 P_j = X_{1j} + X_{2j} + X_{3j} + \dots + X_{ij}
 \end{array}$$

A equação (1.5), que é a equação objetivo, fica sendo

$$Z = C_{11}X_{11} + C_{12}X_{12} + C_{13}X_{13} + \dots + C_{1j}X_{1j} + C_{21}X_{21} + \dots + C_{2j}X_{2j} + C_{31}X_{31} + \dots + C_{i1}X_{i1} + \dots + C_{ij}X_{ij}$$

#### 2.4 — Pressuposições e Limitações do Modelo

Na formulação matemática do “modelo transporte” estão implícitas as seguintes pressuposições teóricas:

a) admite-se um mercado de concorrência perfeita, no espaço, forma e tempo (25), isto é: um grande número de produtores e compradores, de

modo que nenhum deles possa influenciar o preço de equilíbrio, informação perfeita do mercado e produtos não diferenciados;

b) os custos de transporte ( $C_{ij}$ ) são considerados dados independentes das quantidades  $X_{ij}$  que são determinadas “ex-post”. Com isso não se admite a possibilidade de a quantidade influir no barateamento

mento dos custos de transporte, ou seja, admitem-se rendimentos constantes à escala;

c) não se computam os custos de transporte na região produtora até os centros-origens, nos casos de produção especialmente dispersa;

d) a tecnologia de transporte é considerada constante;

e) a oferta e a demanda são conhecidas antecipadamente; e

f) as relações entre as variáveis do modelo são lineares.

As limitações do modelo decorrem das pressuposições teóricas admitidas no seu enunciado. A principal delas, sem dúvida alguma, se refere ao abstrato conceito de mercado perfeito. Para que a solução minimizadora do custo tenha uma aplicação prática, seria indispensável que existisse um dispositivo centralizado que controlasse todo o transporte entre as regiões produtoras e consumidoras. Em vista disso, LANGE observa que "os problemas da teoria da programação linear e a possibilidade de sua aplicação prática frequentemente ultrapassam as condições sociais e econômicas existentes na economia capitalista" (17).

A segunda limitação em im-

portância diz respeito às relações entre quantidades, o custo de transporte e a presença de economias de escala. É de se prever que a grandes quantidades transportadas correspondem economias de escala.

O mesmo se pode dizer em relação ao fato de ser considerada constante a tecnologia. Quantidades diferentes a serem transportadas possivelmente implicam diferentes tecnologias de transporte. Com respeito à tecnologia constante dentro de uma mesma região, HEADY e EGBERT observam que é possível, sem dúvida, que melhoramentos técnicos no tempo irão modificar o grau de independência entre as regiões produtoras e consumidoras; que as variações nos coeficientes regionais utilizados poderiam significar que o transporte interregional, que foi eliminado do plano ótimo numa dada condição histórica, voltasse a florescer, uma vez modificadas aquelas condições (12). Essa advertência é particularmente importante para produtos e regiões em rápido aperfeiçoamento e para planos ótimos de longo prazo, tais como planos anuais, quinquenais, etc.

Em relação ao conhecimento antecipado da oferta e da demanda, as estimativas das

ofertas são projetadas diretamente dos dados de produção, o que torna mais fácil a sua obtenção. Encontra-se alguma dificuldade para obter as estimativas das demandas para cada região. Segundo SNODGRASS (24), o uso de coeficientes de elasticidade renda com base para se estimar o consumo pode ser aplicável a um estudo amplo e interregional. Esses coeficientes são obtidos pela avaliação dos hábitos de consumo de diferentes consumidores com variáveis níveis de renda. Apesar disso ser reconhecido como uma limitação na determinação de coeficientes precisos para o estudo da demanda a níveis locais, parecem ser razoáveis para comparações interestaduais.

A pressuposição de que "não se computam os custos de transporte na região produtora até os centros-origens...", pode tornar-se importante quanto mais especialmente dispersa for a produção e quanto maior for a distância ao ponto de reunião das mercadorias. Como geralmente as regiões se especializam em determinada produção, esta última é concentrada, podendo-se considerar como desprezíveis as variações no custo de transporte entre as unidades de uma mesma

região produtora. Uma aproximação levaria a dizer que o custo de conduzir a produção ao mercado pode ser considerado como constante para uma grande maioria das unidades produtoras e, por isso, não influencia nas rotas alternativas de transporte.

Finalmente, a pressuposição de que as relações entre as variáveis no modelo são lineares não constitui obstáculo à aplicação do modelo, por se tratar de quantidades físicas que podem ser somadas e/ou subtraídas sem nenhuma inconveniência.

O modelo de transportes da programação linear tal como foi aqui apresentado tem sofrido várias modificações para sanar algumas das deficiências ressaltadas. Entre outras, deve-se salientar a programação não linear, a programação estocástica, a inclusão de economia de escala, etc.

### 3 — RESULTADOS

O modelo de minimização dos custos de transporte foi aplicado a 27 usinas produtoras de álcool carburante (99,5°) e oitocentos misturadores.

Os resultados obtidos aparecem nos quadros 2, 3, 4 e 5.

O quadro 2 apresenta as quantidades ótimas a serem transportadas (em 1.000 litros) das usinas para as misturadores, quantidades essas que minimizam o custo total de transporte.

Observa-se que as quantidades ótimas a serem transportadas dão uma programação maior aos centros de mistura carburante em São Paulo (125 milhões de litros) e Paulínia (43 milhões de litros), programação essa que minimiza o custo total do transporte.

A solução ótima do modelo de transporte apresenta um custo total de Cr\$ 3.882.511,00 e 187.000 mil litros de álcool, com um custo de Cr\$ 20,73/1.000 litros de álcool transportado.

Uma comparação com situações passadas não se mostra possível, já que uma das finalidades dessa pesquisa é de organizar um sistema de distribuição de álcool de 27 usinas do Estado de São Paulo para a safra 1973/74. Além disso, as proporções de álcool carburante recebido pelos centros têm variado de ano para ano. Mesmo assim, técnicos da COPERSUCAR estimam uma economia de 15% no custo total de transporte, utilizando-se os fluxos estabelecidos pelo presente trabalho.

O fluxo ótimo pode ser visto na figura 1, onde os triângulos representam os centros de mistura carburante e, as linhas, os fluxos de álcool das usinas para esse centro.

O quadro 3 mostra o aumento no custo total por unidade transportada em Cr\$/1.000 litros em rotas alternativas. Isso quer dizer que, por exemplo, se a Usina 1 fosse transportar 1.000 litros de álcool para o centro misturador de São Paulo, ela elevaria o custo total de transportes em Cr\$ 3,00. Note-se que não aparecem valores negativos no quadro 3, o que significa que nenhuma rota alternativa poderá ser usada sem que haja um acréscimo no custo total de transportes.

Valores nulos (0,00) indicam que as rotas são utilizadas para as quantidades ótimas transportadas ou que são rotas de uso indiferentes. Por exemplo, no caso do centro misturador de Ribeirão Preto, somente a Usina 12 deve suprir os 1.900 mil litros de álcool. No entanto, o quadro 3 apresenta valores 0,0 para as Usinas 9, 11, 15 e 16, além da Usina 12. Isso significa que, embora somente apareça a Usina 12 no modelo ótimo, as Usinas 9, 11, 15 e 16 são rotas de uso indiferentes, isto é,

QUADRO 2. — Quantidades Ótimas Transportadas das Usinas (Origens) para os Centros (Destinos) que minimizam o Custo Total de Transporte, 1973/74  
(1.000 l)

Origem	São Paulo	Paulí- nia	Rauru	Arara- quara	Ouri- nhos	Presidente Prudente	São José do Rio Preto	Ribeirão Preto
Usina 1		13.500						
Usina 2		2.570						
Usina 3	7.776							
Usina 4		6.696						
Usina 5		5.400						
Usina 6		4.320						
Usina 7		4.320						
Usina 8	10.800							
Usina 9	3.240							
Usina 10			7.400					
Usina 11	3.888							
Usina 12	9.440							1.900
Usina 13	14.040							
Usina 14	546	794		1.900				
Usina 15	3.240							
Usina 16	1.500							
Usina 17	4.104							
Usina 18	10.800							
Usina 19	5.400							
Usina 20	8.100							
Usina 21	9.720							
Usina 22	22.680						1.480	
Usina 23							1.620	
Usina 24	3.086							
Usina 25					3.100			
Usina 26						1.900		
Usina 27		5.400						
Programação Total dos Centros	125.000	43.000	7.400	1.900	3.100	1.900	3.100	1.900

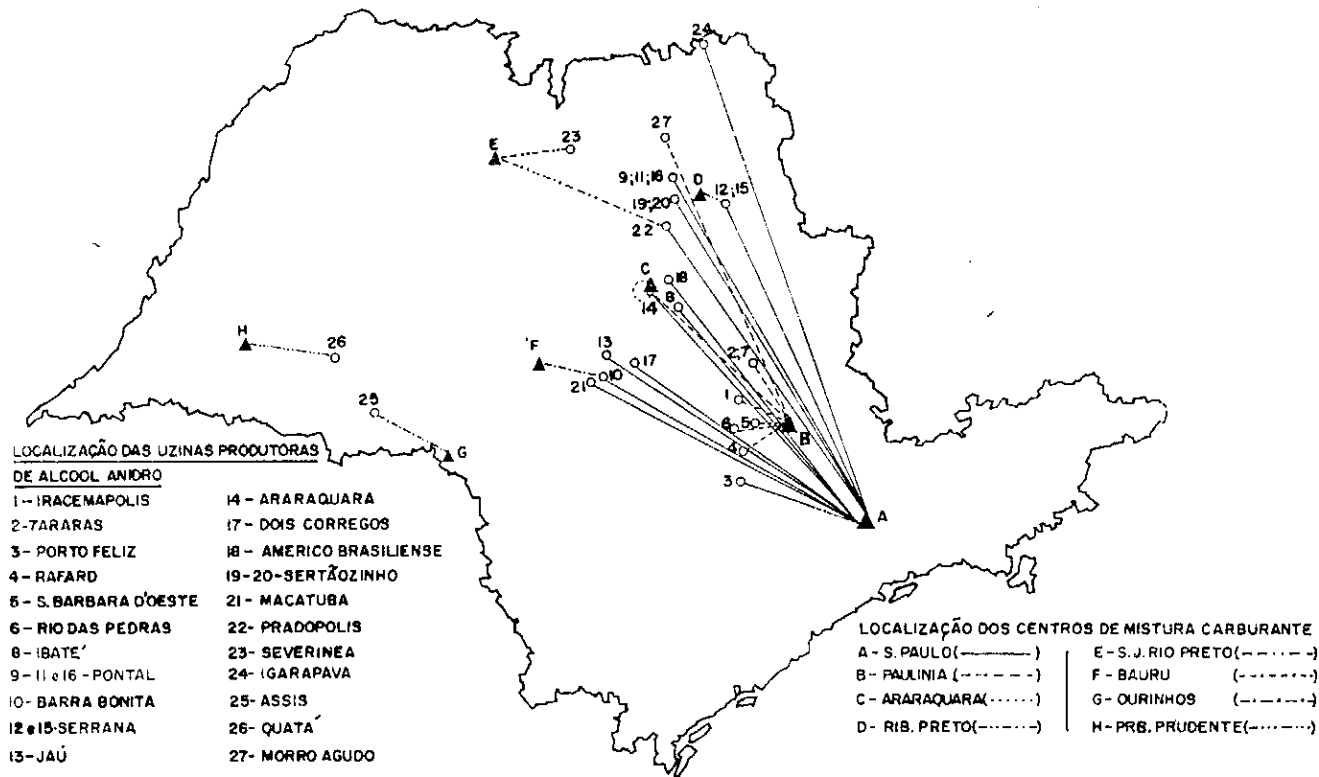


FIGURA 1. — Fluxo Ótimo de Alcool das Usinas aos Centros de Mistura Carburantes, Estado de São Paulo, 1973.

QUADRO 3. — Aumento do Custo Total por Unidade Transportada (Cr\$/1.000 litros) em Rotas Alternativas, 1973/74

Origem	São Paulo	Paulí- nia	Bauru	Arara- quara	Ouri- nhos	Presidente Prudente	São José do Rio Preto	Ribeirão Preto
Usina 1	3,00	0,00	102,00	103,50	107,50	103,90	97,70	105,00
Usina 2	3,00	0,00	23,00	20,40	105,50	101,90	95,70	21,00
Usina 3	0,00	2,00	101,50	103,00	107,00	103,40	97,20	104,50
Usina 4	3,00	0,00	101,50	103,00	107,00	103,40	97,20	104,50
Usina 5	4,50	0,00	104,50	106,00	11,00	106,40	100,20	107,50
Usina 6	3,00	0,00	101,50	103,00	107,00	103,40	97,20	104,50
Usina 7	3,00	0,00	25,50	23,40	107,00	103,40	97,20	22,90
Usina 8	0,00	0,83	11,00	2,00	99,00	95,40	10,10	8,00
Usina 9	0,00	0,79	88,50	4,00	94,00	90,40	3,40	0,00
Usina 10	0,00	3,40	0,00	10,80	16,40	94,40	88,20	39,50
Usina 11	0,00	0,79	88,50	4,00	94,00	90,40	5,40	0,00
Usina 12	0,00	1,20	90,00	0,70	95,50	91,90	8,70	0,00
Usina 13	0,00	3,70	0,90	2,50	37,00	93,40	87,20	94,50
Usina 14	0,00	0,00	8,50	0,00	98,00	94,40	6,40	4,70
Usina 15	0,00	1,16	89,00	2,30	94,50	90,90	8,40	0,00
Usina 16	0,00	2,56	89,00	2,50	94,50	90,00	4,70	0,00
Usina 17	0,00	0,25	3,30	7,00	22,50	94,40	88,20	95,50
Usina 18	0,00	1,00	8,50	1,00	98,00	94,40	6,90	4,50
Usina 19	1,66	1,66	89,50	4,00	95,00	91,40	5,40	0,50
Usina 20	0,00	2,18	90,00	4,80	95,50	91,90	6,40	1,50
Usina 21	0,00	3,40	1,70	9,40	16,80	94,20	88,00	95,30
Usina 22	0,00	1,20	89,00	0,70	94,50	90,90	0,00	1,00
Usina 23	10,30	9,08	94,80	12,30	100,30	96,70	0,00	9,80
Usina 24	0,00	1,05	85,50	12,20	91,00	87,40	4,40	88,50
Usina 25	0,00	74,00	7,30	87,00	0,00	6,10	81,20	88,50
Usina 26	9,91	74,00	7,50	87,00	6,00	0,00	81,20	88,50
Usina 27	23,22	0,00	85,72	4,62	91,22	87,62	14,92	88,72



poderiam ser utilizadas sem que fosse modificado o custo total de transporte.

Outra informação interessante dada pelo quadro 3 se relaciona à localização dos centros misturadores e das Usinas. As colunas encabeçadas por São Paulo e Paulínia apresentam valores relativamente baixos (próximos de zero) quando comparados com as outras colunas (Bauru, Araquara, etc.). A interpretação disso é que modificações nas quantidades transportadas para São Paulo e Paulínia afetarão menos o custo total que modificações nas quantidades transportadas para os outros centros misturadores, seja por uma ampliação ou redução da capacidade desses centros ou das usinas fornecedoras.

O quadro 4 é um resumo dos dados mais importantes na análise de pós-otimização da solução obtida pela computação.

Nas primeiras três colunas aparecem as rotas utilizadas, o valor do frete (custo do transporte) e as quantidades transportadas que dão a solução ótima (quadro 2). Na quarta e quinta colunas aparecem as variações permitidas para o frete e as respectivas quantidades que seriam transportadas.

Tome-se por exemplo a rota Usina 1 — Paulínia. A solução ótima apresentada é que devem ser transportados 13.500 mil litros por essa rota, sendo o valor do frete de Cr\$ 8,50/1.000 litros. Mas o que aconteceria se, por qualquer motivo, o custo do frete fosse modificado? As colunas “Valor máximo permitido para o frete” e “Quantidade a ser transportada se o frete atingir o valor máximo permitido” indicam até que ponto se modificaria o custo de transporte sem que a solução ótima fosse alterada. Se o valor máximo for atingido no caso da rota Usina 1 — Paulínia — Cr\$ 11,50 — a quantidade transportada será reduzida para 12.954 mil litros; se o custo do frete ultrapassar o “valor máximo permitido”, a solução ótima será alterada, exigindo uma nova solução do problema com o novo valor do frete.

O quadro 4 dá uma idéia da “estabilidade” da situação ótima. Quando, para a rota em questão, a diferença entre o valor do frete for proporcionalmente grande, a solução é estável. Em outros termos, será preciso um aumento de 35,29% no valor do frete (de Cr\$ 8,50 para Cr\$ 11,50) para que haja uma pequena modificação na quantidade transportada de 4,21% (de 13.500

QUADRO 4. — Aumento Máximo Permitido para o Custo do Frete e Respectivas Variações nas Quantidades Transportadas que não Provocam Alterações na Solução Ótima, 1973-74

Rota	Valor do frete (Cr\$/1.000 litros)	Quantidade transportada (1.000 litros)	Valor máximo permitido para o frete (Cr\$/1.000 litros)	Quantidade a ser transportada se o frete atingir o valor máximo permitido (1.000 litros)
Usina 1 - Paulínia	8,50	13.500	11,50	12.954
Usina 2 - Paulínia	10,50	2.570	13,50	2.024
Usina 3 - São Paulo	16,00	7.776	18,00	6.982
Usina 4 - Paulínia	9,00	6.696	12,00	6.150
Usina 5 - Paulínia	6,00	5.400	10,50	4.854
Usina 6 - Paulínia	9,00	4.320	12,00	3.774
Usina 7 - Paulínia	9,00	4.320	12,00	3.774
Usina 8 - São Paulo	24,00	10.800	24,83	10.006
Usina 9 - São Paulo	29,00	3.240	29,00	1.340
Usina 10 - Bauru	6,50	7.400	7,40	6.640
Usina 10 - São Paulo	25,00	6.640	28,00	5.846
Usina 11 - São Paulo	29,00	3.888	29,00	1.988
Usina 12 - Ribeirão Preto	6,00	1.900	6,00	— 1.340
Usina 12 - São Paulo	27,50	9.440	28,20	7.540
Usina 13 - São Paulo	26,00	14.040	26,90	6.640
Usina 14 - Araraquara	5,00	1.900	5,70	—20.780
Usina 14 - Paulínia	18,00	794	18,25	310
Usina 14 - São Paulo	25,00	546	25,22	— 2.848
Usina 15 - São Paulo	28,50	3.240	28,50	1.340
Usina 16 - São Paulo	28,50	1.500	28,50	— 400
Usina 17 - São Paulo	25,00	4.104	25,25	3.310
Usina 18 - São Paulo	25,00	10.800	26,00	10.006
Usina 19 - São Paulo	28,00	5.400	28,50	3.500
Usina 20 - São Paulo	27,50	8.100	29,00	6.200
Usina 21 - São Paulo	25,20	9.720	26,90	2.320
Usina 22 - São José do Rio Preto	17,80	1.480	22,20	1.914
Usina 22 - São Paulo	28,50	22.680	29,20	20.780
Usina 23 - São José do Rio Preto	8,50	1.620	17,58	826
Usina 24 - São Paulo	32,00	3.086	32,00	1.650
Usina 25 - Ourinhos	8,00	3.100	14,00	1.260
Usina 26 - São José do Rio Preto	11,60	1.900	17,70	464
Usina 27 - Paulínia	24,78	5.400	25,00	4.854

QUADRO 5. — Redução Máxima Permitida para o Custo de Frete e Respectivas Quantidades a Serem Transportadas, que não Provoca Alteração na Solução Ótima, 1973/74

Rota	Valor do frete (Cr\$/1.000 litros)	Quantidade transportada (1.000 litros)	Valor mínimo per- mitido para o frete (Cr\$/1.000 litros)	Quantidade a ser trans- portada se o frete atingir o valor mínimo permitido (1.000 litros)
Usina 10 - São Paulo	25,00	6.640	24,10	14.040
Usina 12 - São Paulo	27,50	9.440	27,50	11.340
Usina 14 - Paulínia	18,00	794	17,78	1.340
Usina 14 - São Paulo	25,00	546	24,75	1.340
Usina 22 - São José do Rio Preto	17,80	1.480	8,72	2.274
Usina 24 - São Paulo	32,00	3.086	31,78	3.632

mil litros) no caso da rota Usina 1 — Paulínia. Quando, como no caso da rota Usina 11 — São Paulo, a diferença entre o valor máximo permitido e o valor atual do frete for pequena ou nula, qualquer modificação acarretará uma variação muito grande na quantidade transportada.

Quando ainda, como no caso da rota Usina 12 — Ribeirão Preto ou Usina 14 — Araquara, aparecem valores negativos nas quantidades a serem transportadas, isso significa que tais rotas serão excluídas da solução ótima, se ocorrer a variação assinalada no valor do frete. Nas duas últimas situações aqui apresentadas pode-se dizer que a rota é “instável”.

O quadro 5 tem uma interpretação semelhante à do quadro 4. Indica que, se os custos de transporte (valor do frete) pudessem ser reduzidos para o valor assinalado na coluna encabeçada “valor mínimo permitido para o frete”, as quantidades transportadas (coluna 2) seriam aumentadas para o valor da coluna 4.

Note-se que, enquanto todas as rotas utilizadas pela solução ótima aparecem no quadro 4, apenas algumas “rotas privilegiadas” aparecem no quadro 5. Acontece que haverá sempre um valor máximo para o custo de transporte em qualquer rota que uma vez atingido provocará ou uma redução na quantidade transportada ou a exclusão dessa rota da solução ótima. Por outro lado, apenas algumas rotas terão a sua quantidade transportada aumentada, caso seja reduzido o custo de transporte. O quadro 5 indica, portanto, as rotas onde se deve concentrar atenção no sentido de reduzir os custos de transporte, possivelmente através de modificações na tecnologia empregada, principalmente para o caso em que pequenas reduções no valor do frete aumentarão muito a quantidade a ser transportada, como acontece com as rotas Usina 10 — São Paulo, Usina 12 — São Paulo, Usina 14 — Paulínia e Usina 14 — São Paulo.

## A LEAST COST SOLUTION FOR THE TRANSPORTATION OF ALCOHOL

### SUMMARY

The objective of this study is the racionalization of alcohol production

for the 1973/74 agricultural year from the 27 sugar refineries in the state of São Paulo by minimizing transportation costs. The study also demonstrates the use of linear programming in solving transportation problems. Information supplied by Copersucar on the freight costs of moving 1.000 liters of alcohol/km from each of the 27 refineries and the estimated production for each of these refineries in 1973/74 to the 8 mixing centers and the capacities of these 8 centers were used in obtaining the optimal solution. The results show the optimum quantities to be moved from each refinery to each mixing center, the incremental cost of alternative routes, and the transportation network that would tend to reduce existing costs.

#### LITERATURA CITADA

1. AMARO, A. A. et ali. Desenvolvimento da citricultura e localização de novas indústrias para processamento no Estado de São Paulo. Piracicaba, ESALQ/USP., D.C.S.A., '1973. 78p. (Série Pesquisa, 21)
2. BOBST, B. W. & WAANANEN, M. V. Cost and price effects of concentration restrictions in the plant location problem. *Am. Jour. Agr. Econ.*, 50 (3):676-686. ago. 1968.
3. COBIA, D. W. & BABB, E. M. An application of equilibrium size of plant analysis to fluid milk processing and distribution. *Jour. Farm Econ.*, 46 (1):109-116. fev. 1964.
4. COPERSUCAR, São Paulo. Minimização de custo total de frete de abastecimento das centrais empacotadoras. São Paulo, Copersucar, Divisão Econômica, 1972. Estudo preliminar.
5. DANTZIG, George B. Linear programming and extensions. 2.ed. New Jersey, Princeton Univ. Press, 1968. cap. 14 p.299-315.
6. DORFMAN, R.; SAMUELSON, P. A.; SOLOW, R. M. Programacion linear y analisis economico. 2.ed. Madrid, Aguillar, 1969. p.115-140.
7. FOX, K. A. A spatial equilibrium model of the livestock-feed economy in the United States. *Econometrica*, 21 (3):547-566. maio 1953.
8. FRAZER, J. Ronald. Applied linear programming. New Jersey, Prentice-Hall, 1968. p.123-164.
9. GASS, Saul. Programacion linear: metodos y aplicaciones. 3.ed. Mexico, Cia. Ed. Continental, 1964. p.179-202.
10. HADLEY, G. Linear programming. 2.ed. Massachusetts, Addison-Wesley, 1963. p.273-330.
11. HEADY, E. O. & CANDLER, W. Linear programming methods. Ames, Iowa State Univ., 1958. p.332-377.
12. HEADY, E. O. & EGBERT, A. C. Programming regional adjustments in grainproduction to eliminate surpluses. *Jour. of Farm Econ.*, 41 (4):718-733. nov. 1959.
13. HEADY, E. O. & HALL, H. H. Linear and nonlinear spatial models in agricultural competition land use and production potential. *Am. Jour. Agr. Econ.*, 50 (5):1539-1548. dez. 1968.

14. HURT, V. G. & TRAMEL, T. E. Alternative formulations of the transshipment problem. *Jour. Farm Econ.*, 47 (3):763-773. ago. 1965.
15. KING, R. A. & HENRY, W. R. Transportation models in studies of interregional competition. *Jour. Farm Econ.*, 41 (5):997-1011. dez. 1959.
16. KING, G. A. & LOGAN, S. A. Optimum location number and size of processing plants with raw product and final product shipments. *Jour. Farm Econ.*, 46 (1):94-108. fev. 1964.
17. LANGE, Oskar. Introdução à econometria. Rio de Janeiro, Fundo de Cultura, 1967. p.249-266.
18. OLSON, Fred L. Location theory as applied to milk processing plant. *Jour. Farm Econ.*, 41 (5):1546-1555. dez. 1959.
19. PINA, H. A agroindústria açucareira e sua legislação. Rio de Janeiro, Apec, 1971.
20. POLOPOLUS, Leo. Optimum plant numbers and locations for multiples product processing. *Jour. Farm Econ.*, 47 (2):287-295. maio 1965.
21. SÃO PAULO. SECRETARIA DA AGRICULTURA. INSTITUTO DE ECONOMIA AGRÍCOLA. Projeto estudos econômicos aplicados ao zoneamento agrícola. São Paulo, 1972.
22. SIMONNARD, Michel. Linear programming. New Jersey, Prentice-Hall, 1966. p.224-348.
23. SMITH, W. R. & JOHNSON, L. D. Introduction to linear programming: applications. New Jersey, Prentice-Hall, 1966. p.170-184.
24. SNODGRASS, M. M. Linear programming: a new approach to interregional competition in dairing. *Jour. Farm Econ.*, 38 (5):1501-1510. dez. 1956.
25. SNODGRASS, M. M. & FRENCH, C. E. Simplified presentation of transportation problem proceeding in linear programming. *Jour. Farm Econ.*, 39 (1):40-51. fev. 1957.
26. SNYDER, J. C. & FRENCH, C. E. Selection of product line for a fluid milk plant by activity analysis. *Jour. Farm Econ.*, 34 (4): 914-926. nov. 1957.
27. STEMBERG, A. P. Evaluating the competitive position of North Carolina eggs like the transportation models. *Jour. Farm Econ.*, 41 (4):790-798. nov. 1959.
28. STOLLSTEIMER, S. F. A working model for plant numbers and locations. *Jour. Farm Econ.*, 45 (3):631-645. ago. 1963.
29. TAKAYAMA, T. & JUDGE, G. G. Spatial equilibrium and quadratic programming. *Jour. Farm Econ.*, 46 (1):67-93. fev. 1964.
30. WEST, D. A. & BRANDOW, G. E. Space product equilibrium in the dairy industry of the Northeastern and North Central regions. *Jour. Farm Econ.*, 46 (4):719-731. nov. 1964.