



---

ARTIGOS  
TÉCNICOS

---

## PREVISÃO MENSAL DE PRODUÇÃO DE LEITE NO ESTADO DE SÃO PAULO

---

Francisco Alberto Pino

---

---

### 1 - INTRODUÇÃO

---

Informações sobre o provável comportamento futuro da produção podem ser de grande valia para tomada de decisão e para planejamento. Os produtores e demais empresários do setor agropecuário baseiam suas decisões sobre quanto, quando e como produzir em informações desse tipo. Também o fazem os responsáveis pelas políticas governamentais de crédito, incentivo à produção e à produtividade, abastecimento, etc. Essas informações podem advir da experiência pessoal de quem decide ou da experiência e conhecimento de especialistas no assunto. No entanto, cada vez mais utilizam-se métodos estatísticos de previsão para fornecer informações relevantes mais confiáveis. Aliando-se previsões estatísticas à experiência pessoal, certamente obter-se-ão resultados mais seguros.

Os métodos estatísticos de previsão caracterizam-se por fornecer não somente um possível valor futuro, mas, sua distribuição de probabilidade. No presente trabalho utilizou-se a técnica de Box-Jenkins <sup>(1)</sup> e os modelos obtidos são aplicação direta de trabalho anterior do autor <sup>(2)</sup> a séries de produção e produtividade de leite.

Utiliza-se a seguinte notação simplificada:

- a)  $z_t$  representa o valor da série no mês  $t$ ;
- b)  $\hat{z}_t$  representa a previsão para o mês  $t$ ; e
- c)  $a_t$  representa um termo aleatório no instante  $t$ ; a seqüência no tempo desses termos aleatórios independentes e identicamente distribuídos é chamada "ruído branco".

Os dados sobre produção e produtividade de leite foram obtidos conforme VICENTE et alii <sup>(3)</sup>.

---

<sup>(1)</sup> Box, George E. P. & Jenkins, Gwilym M. Time series analysis, forecasting and control. San Francisco, Holden-Day, 1976

<sup>(2)</sup> Pino, Francisco Alberto. Análise de intervenção em séries temporais - aplicações em economia agrícola. São Paulo, USP/Instituto de Matemática e Estatística, 1980. 253p. (Tese-M.S)

<sup>(3)</sup> Vicente, José Roberto et alii. A produção de leite no Estado de São Paulo, janeiro a setembro de 1978. Informações Econômicas, v.8, n.12, dez. 1978. p.1-8.

**2.1 - Modelo para Produtividade**

A produtividade de leite (litros produzidos por vaca em lactação por dia) apresenta forte componente sazonal, uma vez que a produção decai nos meses mais frios (entressafra). Estudando a série de produtividade média do Estado de São Paulo no período de dezembro de 1975 a novembro de 1979, estimou-se a seguinte equação de previsão mensal:

$$\bar{z}_t = 0,0493 + 0,6898 z_{t-1} + z_{t-12} - 0,6898 z_{t-13} \quad (2.1)$$

para previsões a partir de  $t =$  dezembro de 1979.

Cada vez que se obtém uma nova observação podem-se atualizar as previsões (quadro 1). Assim, por exemplo, em novembro de 1979 (origem) a previsão para fevereiro de 1980 era igual a 4,6 litros por vaca por dia. Já em dezembro de 1979 a previsão para o mesmo mês era de 4,5 litros por vaca por dia, mais próxima do valor efetivamente observado.

Para encontrar o intervalo de confiança para uma dada previsão basta recorrer ao quadro 5. O valor encontrado no quadro 5 deve ser somado e subtraído ao valor encontrado no quadro 1 para se obter o intervalo de confiança ao nível de 95%. Por exemplo, em dezembro de 1979 (origem) o valor previsto para abril de 1980 (isto é, quatro meses adiante) é igual a 4,2 litros por vaca por dia. No quadro 5 o valor correspondente a quatro meses adiante é 0,25. Logo, o intervalo de confiança para a previsão é de 3,95 a 4,45 litros por cabeça por dia.

Verifica-se que, de modo geral, as previsões para produtividade de leite obtidas pela equação (2.1) são boas, aproximando-se bastante do obtido posteriormente por amostragem. Com os novos valores observados, até novembro de 1980, é possível avaliar a qualidade das previsões: houve 45% de acertos, em 21% dos casos a diferença entre observação e previsão foi de 0,1 litro por cabeça por dia, em 15% dos casos foi de 0,2 e em 13% foi de 0,3. As maiores percentagens de acertos (de 50% ou mais) aconteceram entre 2 e 7 meses adiante. Uma explicação para as boas previsões obtidas é a relativa regularidade da série de produtividade.

Com o modelo (2.1) obtiveram-se as previsões para os meses de dezembro de 1980 a novembro de 1981 (quadro 6 e figura 3).

**2.2 - Modelo para Produção**

Modelos de previsão para produção sempre são mais difíceis de

obter, uma vez que outras variáveis também estão em jogo. Não se conseguiram aqui bons modelos múltiplos, incluindo variáveis como preço, produtividade e número de produtores. Entretanto, conseguiram-se dois modelos aceitáveis, um univariado e outro de intervenção <sup>(4)</sup>. Estudando-se a série de produção de leite no Estado de São Paulo, dada em milhões de litros, no período de dezembro de 1975 a novembro de 1979 estimaram-se as seguintes equações alternativas de previsão mensal:

a) modelo univariado

$$\hat{z}_t = z_{t-1} + z_{t-12} - z_{t-13} ; \quad (2.2)$$

e

b) modelo de intervenção

$$\hat{z}_t = 0,5344 + 0,4726 z_{t-1} + 0,7261 z_{t-2} - 0,7123 z_{t-3} - 0,9892 a_{t-1}, \quad (2.3)$$

onde  $a_{t-1}$  pode ser estimado por  $z_{t-1} - \hat{z}_{t-1}$  e  $\hat{z}_{t-1}$  é a previsão para o mês  $t-1$  feita no mês  $t-2$ .

Estes modelos servem para previsões a partir de  $t =$  dezembro de 1979. Cada vez que se obtém uma nova observação podem-se atualizar as previsões (quadros 2 e 3). Para encontrar o intervalo de confiança para uma dada previsão basta recorrer ao quadro 5, de maneira análoga ao caso da produtividade visto no item anterior. Por exemplo, no quadro 3, em novembro de 1979 (origem) o valor previsto para dezembro de 1979 (isto é, um mês adiante) é igual a 152,4 milhões de litros. No quadro 5 o valor correspondente a um mês adiante é 9,03. Logo, o intervalo de confiança para a previsão é de 143,4 a 161,4 milhões de litros, que inclui o valor 149,3 que foi posteriormente observado.

Do ponto de vista estatístico da soma de quadrados dos resíduos de previsão o modelo (2.3) é melhor que o (2.2). Por outro lado, o modelo (2.2) leva em conta a sazonalidade da série, o que pode indicar melhores previsões a longo prazo. Entretanto, por dar muito peso à observação imediatamente anterior, suas previsões são mais instáveis, isto é, qualquer observação transiente altera bastante as previsões naquele ponto. Já o modelo (2.3) não leva em conta a sazonalidade, mas, suas previsões são mais estáveis e menos influenciados por observações transientes.

O modelo (2.2) foi também encontrado por TOLLOI <sup>(5)</sup> para a mesma série, mostrando-se inferior apenas a um modelo obtido pelo método de Holt-Winters, o que talvez possa ser explicado pelo menor número de observações utilizado por esse autor.

<sup>(4)</sup> Op. cit. nota 2.

<sup>(5)</sup> Toloi, Clélia M. C. Comparação de métodos e previsão de séries temporais. São Paulo, USP/Instituto de Matemática e Estatística, 1980. 233p. (Tese-M.S.).

Outra forma de comparar os dois modelos consiste em examinar as previsões feitas para a produção anual, somando-se os valores observados até aquela data e os valores previstos a partir dela (quadro 4 e figura 1). Verifica-se que as previsões do modelo (2.3) são bem mais estáveis convergindo mais rapidamente para o valor a ser observado.

Assim sendo, optou-se por utilizar, no momento, o modelo (2.3), com o qual se obtiveram previsões para os meses de dezembro de 1980 a novembro de 1981 (quadro 6 e figura 2).

### 3- CONCLUSÃO

Previsões sobre futuras produções agropecuárias obtidas por modelos estatísticos podem ser valiosos auxiliares para todos os que precisam tomar decisões no setor. Os modelos aqui mostrados podem ser utilizados na previsão mensal da produção e da produtividade leiteiras no Estado de São Paulo. Modelos semelhantes podem ser obtidos para outros produtos e outras regiões. Seus resultados podem ser mais bem utilizados se acompanhados de uma análise conjuntural.

À medida que novas observações vão sendo obtidas por amostragem, as previsões vão sendo atualizadas e corrigidas e, em conjunto com outras informações que se mostrem relevantes, os modelos vão sendo aperfeiçoados e tornando-se mais complexos, melhorando cada vez mais a qualidade de suas previsões.

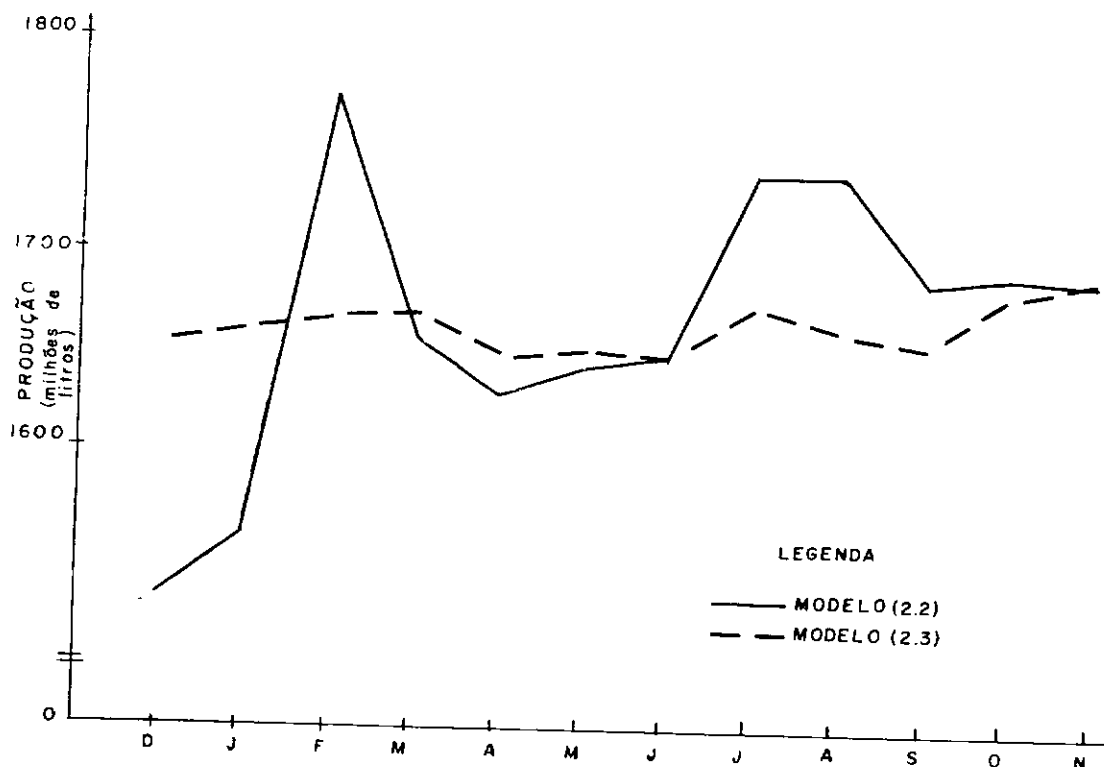


FIGURA 1 - Previsão da Produção Anual de Leite para 1980, Estado de São Paulo, Origens de Dezembro de 1979 a Novembro de 1980.

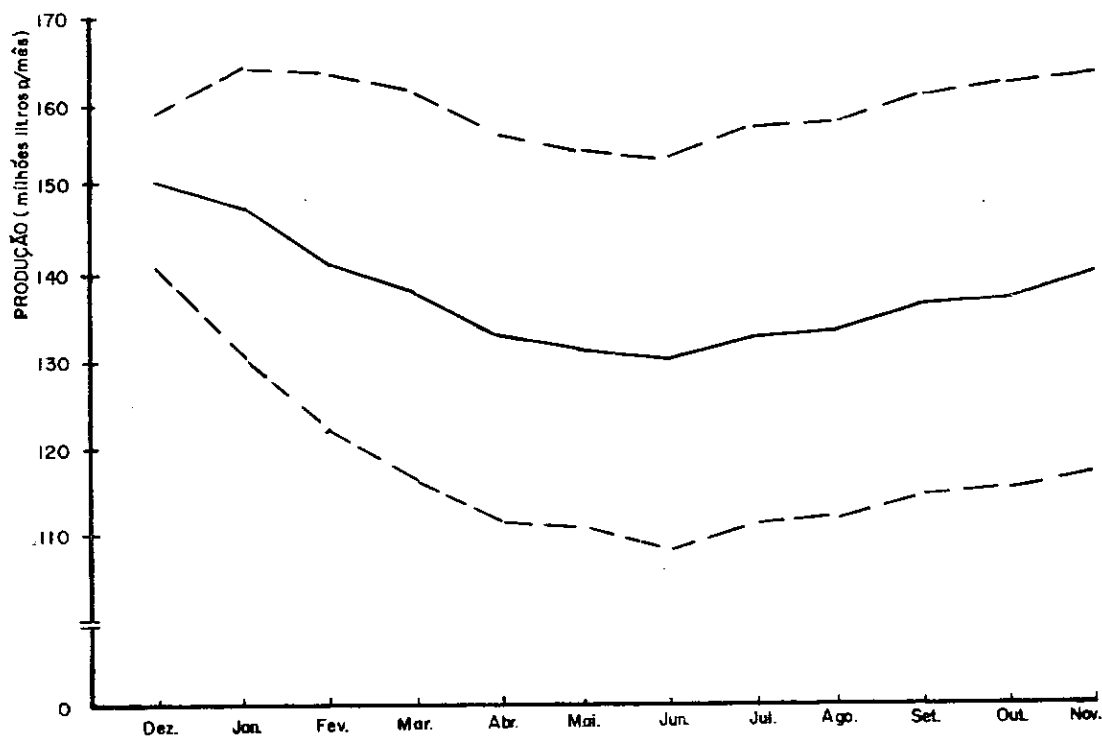


FIGURA 2 - Previsão Mensal de Produção de Leite, Estado de São Paulo, Dezembro de 1980 a Novembro de 1981.

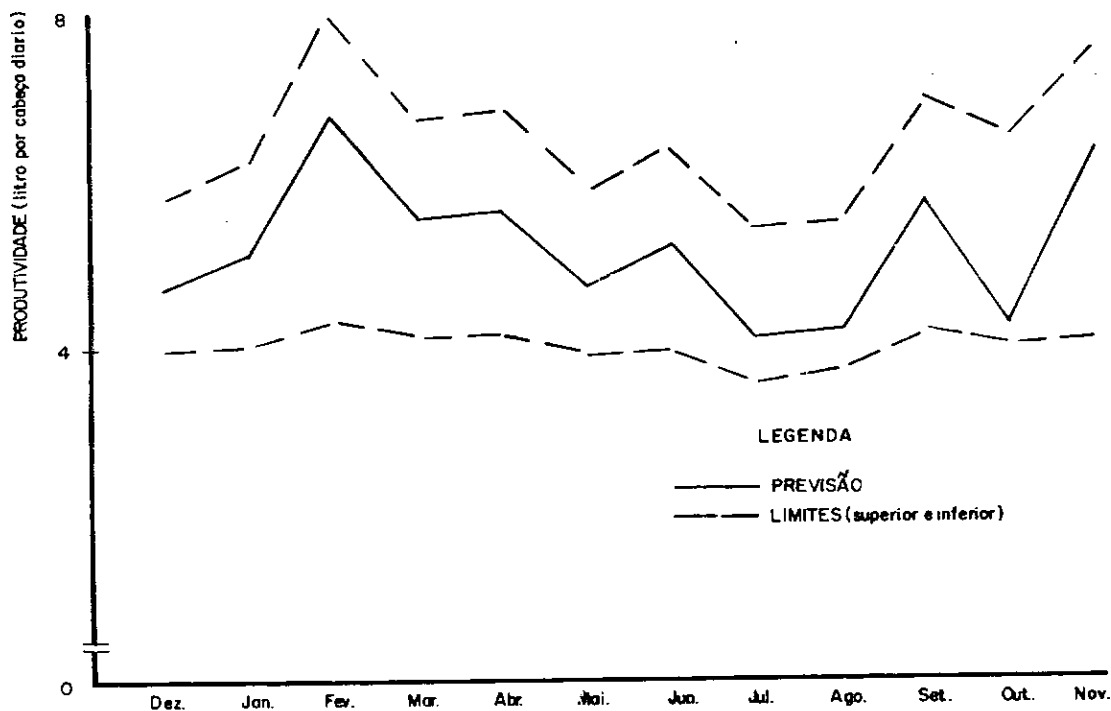


FIGURA 3 - Previsão Mensal de Produtividade de Leite, Estado de São Paulo, Dezembro de 1980 a Novembro de 1981.

QUADRO 1. - Previsão de Produtividade de Leite, de 1 a 12 Meses Adiante, Estado de São Paulo, Origens de Novembro de 1979 a Novembro de 1980  
(em litro por cabeça por dia)

Ano e Mês	Valor observado	Valor previsto															
		1979		1980													
		Nov.	Dez.	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Mai.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Out.	Nov.			
1979	Dez.	4,2	4,3														
1980	Jan.	4,2	4,2	4,2													
	Fev.	4,5	4,6	4,5	4,5												
	Mar.	4,2	4,1	4,1	4,1	4,1											
	Abr.	4,2	4,3	4,2	4,2	4,2	4,2										
	Mai.	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,1	4,0									
	Jun.	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,0								
	Jul.	3,9	3,9	3,9	3,9	3,9	3,9	3,9	3,9	3,9							
	Ago.	3,9	3,9	3,9	3,9	3,9	3,9	3,9	3,9	3,9	3,9						
	Set.	4,2	4,3	4,3	4,3	4,3	4,4	4,3	4,3	4,3	3,9						
	Out.	4,1	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3					
	Nov.	4,3	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6				
	Dez.			4,3	4,3	4,3	4,4	4,3	4,3	4,3	4,4	4,4	4,4	4,3	4,4	4,2	
1981	Jan.			4,4	4,3	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,3	4,3	4,2		
	Fev.				4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6		
	Mar.					4,4	4,4	4,3	4,3	4,3	4,4	4,4	4,4	4,4	4,3	4,3	
	Abr.						4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,3	4,3	
	Mai.							4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,1	4,1	
	Jun.								4,3	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	
	Jul.									4,0	4,0	4,1	4,0	4,0	4,0	4,0	
	Ago.										4,0	4,1	4,0	4,0	4,0	4,0	
	Set.											4,4	4,1	4,0	4,4	4,4	
	Out.												4,4	4,4	4,2	4,2	
	Nov.														4,3	4,5	

Fonte: Instituto de Economia Agrícola.

QUADRO 2. - Previsão de Produção de Leite, de 1 a 12 Meses Adiante, Modelo Univariado (2.2), Estado de São Paulo, Origens de Novembro de 1979 a Novembro de 1980

(em milhão de litros por mês)

Ano e Mês	Valor observado	Valor previsto															
		1979		1980													
		Nov.	Dez.	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Mai.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Out.	Nov.			
1979	Dez.	149,3	158,3														
1980	Jan.	149,8	157,5	148,5													
	Fev.	145,3	145,0	136,0													
	Mar.	142,8	141,7	132,7	134,0	142,0											
	Abr.	132,9	135,3	126,3	127,5	135,5	136,3										
	Mai.	129,9	130,3	121,3	122,6	130,6	131,4	127,9									
	Jun.	127,5	126,7	117,7	118,9	126,9	127,8	124,3	126,3								
	Jul.	134,1	119,9	110,9	112,2	120,2	121,0	117,5	119,5	120,7							
	Ago.	136,0	121,8	112,9	114,1	122,1	122,9	119,5	121,4	122,6	136,0						
	Set.	138,4	136,0	127,0	128,2	136,2	137,1	133,6	135,6	136,8	150,1	150,1					
	Out.	144,8	140,2	131,2	132,5	140,5	141,3	137,8	139,8	141,0	154,4	154,4	142,7				
	Nov.	151,6	149,9	140,9	142,1	150,1	151,0	147,5	149,5	150,7	164,0	164,0	152,3	154,5			
	Dez.			132,0	140,2	148,2	149,0	145,6	147,5	148,8	162,1	162,1	150,4	152,5	149,6		
1981	Jan.			140,7	148,7	149,5	146,0	148,0	149,2	162,6	162,6	150,8	153,0	150,1			
	Fev.				144,2	145,0	141,6	143,5	144,7	158,1	158,1	146,4	148,5	145,6			
	Mar.					142,5	139,1	141,0	142,3	155,6	155,6	143,9	146,0	143,1			
	Abr.							129,2	131,1	132,4	145,7	145,7	134,0	136,1	133,2		
	Mai.								128,2	129,4	142,7	142,7	131,0	133,2	130,2		
	Jun.										127,0	140,3	140,3	128,6	130,8	127,8	
	Jul.											146,8	146,8	135,2	137,3	134,4	
	Ago.												148,8	137,1	139,2	136,3	
	Set.													139,5	141,7	138,8	
	Out.														148,1	145,2	
	Nov.															151,9	

Fonte: Instituto de Economia Agrícola.



QUADRO 3. - Previsão de Produção de Leite, de 1 a 12 Meses Adiante, Modelo de Intervenção (2.3), Estado de São Paulo, Origens de Novembro de 1979 a Novembro de 1980

(em milhão de litros por mês)

Ano e Mês	Valor observado	Valor previsto																
		1979		1980														
		Nov.	Dez.	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Mai.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Out.	Nov.				
1979	Dez.	149,3	152,4															
1980	Jan.	149,8	151,6	147,0														
	Fev.	145,3	143,3	140,8	144,8													
	Mar.	142,8	140,8	137,6	141,5	142,2												
	Abr.	132,9	134,7	133,2	136,0	136,6	137,6											
	Mai.	129,9	133,1	133,2	134,5	135,0	135,9	129,0										
	Jun.	127,5	131,0	132,3	132,2	132,4	133,0	126,4	127,7									
	Jul.	134,1	133,2	135,0	133,9	133,9	134,2	129,4	130,7	130,4								
	Ago.	136,0	134,0	135,6	134,1	133,9	133,9	131,7	132,6	132,3	137,7							
	Set.	138,4	137,4	138,6	137,1	136,8	136,6	136,8	137,2	137,0	142,2	139,8						
	Out.	144,8	137,9	138,4	137,4	137,2	136,8	138,7	138,7	138,6	142,3	139,9	137,9					
	Nov.	151,6	140,2	140,1	139,6	139,5	139,1	141,8	141,4	141,4	143,1	141,4	139,5	149,6				
	Dez.			138,6	138,8	138,7	138,4	140,9	140,4	140,5	140,3	139,5	138,1	147,9	150,8			
1981	Jan.			139,7	139,7	139,6	141,4	140,9	141,0	139,5	139,6	139,0	146,0	148,8				
	Fev.				138,0	138,1	138,8	138,5	138,6	136,5	137,2	137,2	140,5	142,5				
	Mar.					138,7	138,5	138,4	138,4	136,5	137,5	138,0	137,7	138,6				
	Abr.						136,2	136,2	136,3	134,9	135,8	136,5	133,7	133,6				
	Mai.							136,8	136,8	136,3	136,9	137,6	133,8	132,9				
	Jun.								135,6	135,8	136,0	136,5	132,9	131,8				
	Jul.										137,7	137,6	137,8	135,3	134,2			
	Ago.											137,0	136,9	135,8	135,1			
	Set.												138,2	138,4	138,1			
	Out.													138,3	138,4			
	Nov.														140,1			

Fonte: Instituto de Economia Agrícola.

**QUADRO 4. - Previsão da Produção Anual de Leite, em Diversas Origens, Estado de São Paulo, 1980**  
(em milhão de litros)

Origem	Modelo (2.2)	Modelo (2.3)
1979 Dez.	1.527,5	1.650,5
1980 Jan.	1.559,4	1.659,7
Fev.	1.777,4	1.661,3
Mar.	1.655,7	1.663,4
Abr.	1.624,5	1.645,5
Mai.	1.640,3	1.649,4
Jun.	1.648,8	1.648,4
Jul.	1.728,9	1.667,9
Ago.	1.728,9	1.658,9
Set.	1.682,1	1.652,2
Out.	1.688,5	1.679,0
Nov.	1.682,7	1.683,9

**QUADRO 5. - Elementos para Construção de Intervalos de Confiança para as Previsões de Leite, de 1 a 12 Meses Adiante, ao Nível de 95**

Número de meses adiante	Modelo (2.1) (produtividade)	Modelo (2.2) (produção)	Modelo (2.3) (produção)
1	0,18	9,34	9,34
2	0,22	13,21	16,00
3	0,24	16,18	20,49
4	0,25	18,68	22,46
5	0,25	20,88	22,86
6	0,25	22,88	22,86
7	0,25	24,71	23,16
8	0,25	26,42	23,71
9	0,25	28,02	24,18
10	0,25	29,53	24,40
11	0,25	30,97	24,45
12	0,25	32,35	24,45

QUADRO 6. - Previsão Mensal de Produção e de Produtividade de Leite, Estado de São Paulo, Dezembro de 1980 a Novembro de 1981 (1)

Ano e Mês	Produção (2) (milhão de litros por mês)			Produtividade (litro por cabeça por dia)		
	Limite inferior	Previsão	Limite superior	Limite inferior	Previsão	Limite superior
1980 Dez.	141,78	150,81	159,84	3,99	4,17	4,35
1981 Jan.	132,81	148,81	164,81	4,03	4,23	4,45
Fev.	122,02	142,51	163,00	4,33	4,57	4,81
Mar.	116,16	138,62	161,08	4,05	4,30	4,55
Abr.	110,78	133,64	156,50	4,07	4,32	4,57
Mai.	110,08	132,94	155,80	3,88	4,13	4,38
Jun.	108,60	131,76	154,92	3,99	4,24	4,49
Jul.	110,54	134,25	157,96	3,79	4,04	4,29
Ago.	110,89	135,07	159,25	3,80	4,05	4,30
Set.	113,69	138,10	162,51	4,10	4,35	4,60
Out.	113,90	138,35	162,80	4,00	4,25	4,50
Nov.	115,64	140,09	164,54	4,21	4,46	4,71

(1) Intervalo de confiança ao nível de 95%.

(2) Produção anual prevista para 1980: 1.683,9 milhões de litros.

Fonte: Instituto de Economia Agrícola.